Занятие 37 (16/02/2008)
Векторы

Операции над векторами

Вектор, противоположно направленный вектору $\vec{a}$, длина которого равна длине $\vec{a}$, называется вектором, противоположным $\vec{a}$ и обозначается $-\vec{a}$. Нетрудно проверить, что сумма $\vec{a}$ и $-\vec{a}$ равна нулевому вектору.

Чтобы из вектора $\vec{a}$ вычесть вектор b, нужно к вектору a прибавить вектор $-\vec{b}$.

Чтобы умножить вектор на число, нужно его длину умножить на это число.

6.4. Докажите, что: а) $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$; б) $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$; в) $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

6.5. M — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. Выразите вектор $\overrightarrow{AM}$ через векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

6.6. Докажите, что если векторы $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$ перпендикулярны, то длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны.

6.7. **а)** Докажите, что если O — середина стороны BC треугольника ABC, то $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

б) Докажите, что если M — точка пересечения медиан треугольника ABC, то $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$.

в) Докажите: существует треугольник, стороны которого равны и параллельны медианам данного треугольника.

6.8. Точка M делит сторону BC треугольника ABC в отношении $BM : MC = 2 : 5$. Известно, что $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$. Найдите вектор $\overrightarrow{AM}$.

6.9. Пусть $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ и $OA = OB = OC$. Докажите, что ABC — правильный треугольник.

6.10. Из произвольной точки M внутри правильного треугольника опущены перпендикуляры MK_1, MK_2, MK_3 на его стороны. Докажите, что $\overrightarrow{MK_1} + \overrightarrow{MK_2} + \overrightarrow{MK_3} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$.