Геометрия, 8 "В", 10 декабря, домашнее задание.

1) На стороне AB треугольника ABC выбрана точка K так, что $AK : KB = 3 : 2$. На отрезке KC выбрана точка T так, что $KT : TC = 1 : 5$. Луч BT перпесекает отрезок AC в точке L. Применяя теорему Менелая к треугольнику BTK найдите, в каком отношении точка T делит BL.

2) (Продолжение.) Найдите также, как точка L делит AC.

3) Выведите теорему Дезарга из теоремы, обратной ей.

4) Главные диагонали выпуклого шестиугольника пересекаются в одной точке. Три пары несмежных неглавных диагоналей продлены до пересечения. Докажите, что полученные три точки пересечения коллинеарны.

5) Докажите теорему Ван-Обеля: на сторонах AB, BC и CA треугольника ABC выбраны точки C_1, A_1 и B_1 соответственно так, что отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке O. Докажите, что $\frac{AC_1}{C_1B} + \frac{AB_1}{B_1C} = \frac{AO}{OA_1}$.

6) Докажите теорему Менелая для четырёхугольника: если прямая пересекает две стороны и два продолжения сторон AB, BC, CD, DA, четырехугольника $ABCD$ в точках K, L, M, N соответсвенно, то $\frac{AK}{KB} \cdot \frac{BL}{LC} \cdot \frac{CM}{MD} \cdot \frac{DN}{NA} \cdot = 1$. Приведите пример, показывающий, что обратное утверждение неверно.