

25. Подобные треугольники (16.01.2008)

1. Докажите, что отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
2. Докажите **первый признак подобия треугольников**: если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.
Указание: совместите треугольники так, чтобы получить конструкцию с пропорциональными отрезками.
3. На стороне CD параллелограмма $ABCD$ отмечена точка E . Прямые AE и BC пересекаются в точке F . Найдите EF и FC , если $DE = 8$, $EC = 4$, $BC = 7$, $AE = 10$.
4. Точка M — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. Найдите отношение, в котором отрезок AM делит диагональ BD .
5. В треугольник ABC вписан ромб $DECF$ так, что вершина E лежит на отрезке BC , вершина F лежит на отрезке AC и вершина D — на отрезке AB . Найдите сторону ромба, если $BC = 12$, $AC = 6$.
6. $ABCD$ — трапеция, отношение оснований $BC : AD = 1 : 3$. На основании AD выбрана точка K так, что $CK \parallel AB$, M — середина CD . В каком отношении CK делит BD ? А AM ? В каком отношении AM делит CK ?
7. Точки M и N лежат на сторонах AB и AD параллелограмма $ABCD$, причём $AM : MB = 1 : 2$, $AN : ND = 3 : 2$. Отрезки DM и CN пересекаются в точке K . Найдите отношения $DK : KM$, $CK : KN$.
8. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC на боковой стороне AB дана точка K . Через точку A провели прямую l , параллельную прямой KC , а через точку B провели прямую m , параллельную прямой KD . Докажите, что точка пересечения прямых l и m лежит на боковой стороне CD .

26. Второй признак подобия (21.01.2008)

1. Докажите, что в подобных треугольниках отношение длин соответствующих высот равно коэффициенту подобия.
2. (**Второй признак подобия.**) Докажите, что если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого и углы, заключённые между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.
3. На одной из сторон угла A отложены отрезки $AB = 5$, $AC = 16$, а на другой стороне этого же угла — отрезки $AD = 8$, $AF = 10$. Докажите, что $\triangle ACD \sim \triangle AFB$.
4. Дан $\triangle ABC$. На продолжении стороны AC за точку C взята точка N так, что $CN = AC$. Точка K — середина AB . В каком отношении прямая KN делит сторону BC ?
5. а) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$.
б) Докажите аналогичное утверждение для тупоугольного треугольника.
6. Из вершины C остроугольного треугольника ABC опущена высота CH , а из точки H опущены перпендикуляры HM и HN на стороны BC и AC соответственно. Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle MNC$.
7. В остроугольном треугольнике ABC сторона AB равна a , а высота CH равна h . Найдите сторону квадрата, вписанного в треугольник ABC так, что две его соседние вершины лежат на стороне AB , а две другие соответственно на сторонах AC и BC .
8. Бумажный треугольник с углами 20° , 20° , 140° разрезается по одной из своих биссектрис на два треугольника, один из которых также разрезается по биссектрисе, и так далее. Может ли после нескольких разрезов получиться треугольник, подобный исходному?