

Контрольная работа

1. (а - 4б., бв - 3б., где - 5б.) Докажите неравенства. В пунктах а, г, д укажите, при каких значениях переменных достигается равенство.

а) если $x > 0, y > 0$, то $\left(x + \frac{1}{x}\right) \left(y + \frac{1}{y}\right) \geq 4$; г) $x^2 + y^2 \geq xy - 2x - 2y - 4$;

б) если $ab > 0$, то $\frac{3a}{4b} + \frac{16b}{3a} \geq 4$; д) $|x - 1| + |x - 4| \geq 3$;

в) если $b^2 < -c$, то $x^2 - 2bx - c > 0$; е) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{b}{c}\right)^4 + \left(\frac{c}{a}\right)^4 \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$.

2. (5 баллов) Дано: $7 \leq a \leq 9, 1 \leq b < 3$. Оцените $\frac{2a+b}{2a-b}$.

3. (5 баллов) Два катера, имеющие одинаковую скорость в стоячей воде, проходят по двум рекам одинаковые расстояния и возвращаются обратно в исходные пункты. В какой реке на это передвижение потребовалось больше времени: в реке с быстрым течением или в реке с медленным течением?

4. (5 баллов) Найдите наименьшее значение выражения $\frac{4x^2-7x+25}{x}$, если $x > 0$.

5. (*) Докажите неравенство $a^4 + \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a} \geq 4$, если $a > 0$. При каком значении a достигается равенство?

Уроки №66

29.03.08

Степень с целым показателем

1. Определение степени с целым показателем

Прочитайте в задачнике пункт 7.1

2. Свойства степени с целым показателем

Прочитайте в задачнике пункт 7.2

Докажите свойства самостоятельно.

$$a^n \cdot a^m = a^{m+n}$$

Рассмотрим несколько случаев:

1) Пусть $n > 0, m > 0$, тогда $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$ по свойству степени с натуральным показателем.

2) Пусть $n = 0$, тогда $a^n \cdot a^m = a^0 \cdot a^m = 1 \cdot a^m = a^m = a^{m+0} = a^{m+n}$.

3) Пусть $n > 0, m < 0$, тогда $a^n \cdot a^m = a^n \cdot \frac{1}{a^{-m}} = \frac{a^n}{a^{-m}} = a^{n-(-m)} = a^{n+m}$.

4) Пусть $n < 0, m < 0$, тогда $a^n \cdot a^m = \frac{1}{a^{-n}} \cdot \frac{1}{a^{-m}} = \frac{1}{a^{-n} \cdot a^{-m}} = \frac{1}{a^{-n+(-m)}} = \frac{1}{a^{-(n+m)}} = a^{n+m}$.

$$a^n : a^m = a^{m-n}$$

Действительно, $a^n : a^m = a^n \cdot \frac{1}{a^{-m}}$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

Разберите три случая: $m > 0, m < 0$ и $m = 0$.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Действительно, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(a \cdot \frac{1}{b}\right)^n = (ab^{-1})^n = a^n b^{-n} = \frac{a^n}{b^n}$.

3. Домашнее задание

Разобрать примеры из задачника (пункт 7.3)

7.8, 7.9, 7.17, 7.18б, 7.20б, 7.24, 7.26, 7.29б, 7.31б