

1. Сравнение чисел и выражений

Сравните числа $3, 294 \dots$ и $3, 2911 \dots$; $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{9}$, $0, (3)$ и $\frac{1}{3}$; -26 и -24 ; $2\sqrt{3}$ и $3\sqrt{2}$.

Определение Число a больше (меньше) числа b , если точка, соответствующая числу a на координатной прямой, правее (левее) точки, соответствующей числу b .

Определение Число a больше (меньше) числа b , если разность $a - b$ положительна (отрицательна).

Легко доказать эквивалентность этих определений. Действительно, пусть $a - b = c$, а расстояние на числовой прямой между a и b равно d . Тогда, если a правее b , то $a = b + d$, где d — положительно, и $a = b + c$, значит, c — положительно. А если a левее b , то $b = a + d$, $a = b - d$, где $-d$ — отрицательно, и $a = b + c$, значит, c — отрицательно. Если числа (выражения) a и b равны, то их разность равна нулю, а на числовой прямой им соответствует одна точка.

Исходя из расположения чисел на координатной прямой: если число c — положительно, то можно записать, что $c > 0$, а если c — отрицательно, то $c < 0$. Наряду со знаками строго равенства или неравенства ($=, >, <$) существуют знаки \leq и \geq , которые называют знаками нестрогих неравенств. Их смысл выражен союзом «или».

2. Свойства отношений $>, <, =, \leq, \geq$

Отношение $>$:

для любых $a, b, c \in \mathbb{R}$

- 1) $a > a$ — ложно (антирефлексивность);
- 2) $a > b \Rightarrow b > a$ — ложно (антисимметричность);
- 3) $a > b, b > c \Rightarrow a > c$ — истинно (транзитивность).

Отношение \geq :

для любых $a, b, c \in \mathbb{R}$

- 1) $a \geq a$ — истинно (рефлексивность);
- 2) $a \geq b \Rightarrow b \geq a$ — ложно (антисимметричность);
- 3) $a \geq b, b \geq c \Rightarrow a \geq c$ — истинно (транзитивность).

Отношение $=$:

для любых $a, b, c \in \mathbb{R}$

- 1) $a = a$ — истинно (рефлексивность);
- 2) $a = b \Rightarrow b = a$ — истинно (симметричность);
- 3) $a = b, b = c \Rightarrow a = c$ — истинно (транзитивность).

Отношение, обладающее всеми тремя свойствами (рефлексивностью, симметричностью, транзитивностью), называется *отношением эквивалентности*. Видно, что равенство является отношением эквивалентности, а отношения $>$ и \geq не являются. Примером отношения эквивалентности является, например, отношение подобия треугольников.

3. Решение задач

При доказательстве неравенств или сравнении выражений определяется знак разности, и в зависимости от этого делается вывод.

6.1бге, 6.4г, 6.5ав, 6.9в, 6.10б, 6.6бга, 6.8бг, 6.7бг

4. Домашнее задание

6.2, 6.4бв, 6.37авд, 6.38ав, 6.5б, 6.7ав, 6.8ав