

Прямоугольный треугольник (обсуждение)

1. Признаки равенства прямоугольных треугольников
2. Докажите свойство прямоугольного треугольника с углом 30° и обратные теоремы.
3. Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы. Сформулируйте и докажите обратную теорему.
4. а) Точка В принадлежит окружности с диаметром АС. Докажите, что $\angle ABC = 90^\circ$.
б) Сформулируйте и докажите обратное утверждение.

Геометрические неравенства (обсуждение)

1. Докажите, что в треугольнике против большей стороны лежит больший угол, и обратную теорему.
2. Докажите, что перпендикуляр короче наклонной.
3. Докажите неравенство треугольника и его следствия:
 - 1) $|a-b| < c < a+b$, где a, b, c – стороны треугольника.
 - 2) $AB \leq AC + BC$ для любых точек А, В, С.

Геометрическое место точек

Теорема. Геометрическим местом точек (ГМТ), равноудаленных от концов данного отрезка, является серединный перпендикуляр к этому отрезку.

Для доказательства этой теоремы (и вообще, любой теоремы про ГМТ) требуется доказать два утверждения.

1) Если точка принадлежит серединному перпендикуляру к данному отрезку, то она равноудалена от его концов. 2) Если точка равноудалена от концов данного отрезка, то она принадлежит его серединному перпендикуляру.

1. Как построить серединный перпендикуляр данного отрезка циркулем и линейкой?

Теорема. Геометрическим местом точек данного неразвернутого угла, равноудаленных от его сторон, является биссектриса этого угла.

2. Как построить биссектрису данного угла циркулем и линейкой?

3. Найдите геометрическое место точек, равноудаленных от сторон данного неразвернутого угла.

4. ! Найдите геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден:

а) под прямым углом; б) под острым углом; в) под тупым углом.

5. ! Докажите, что если медиана АМ треугольника АВС меньше половины стороны ВС, то угол А тупой, если больше – то острый, а если равна – то прямой.

Домашнее задание.

6. Докажите, что две вершины треугольника и основания опущенных из них высот лежат на одной окружности. Где находится ее центр?

7. Докажите, что медиана треугольника меньше полусуммы заключающих ее сторон.

8. Найдите геометрическое место точек, равноудаленных от данной прямой (не забудьте, что доказывать необходимо в обе стороны).

9. Высоты АА' и ВВ' треугольника АВС пересекаются в точке Н. Точки Х и Y – середины отрезков АВ и СН соответственно. Докажите, что прямые ХY и А'В' перпендикулярны.

10. Две окружности пересекаются в точках А и В, в одной из них проведен диаметр АМ, в другой – АН. Докажите, что точки М, N и В лежат на одной прямой.